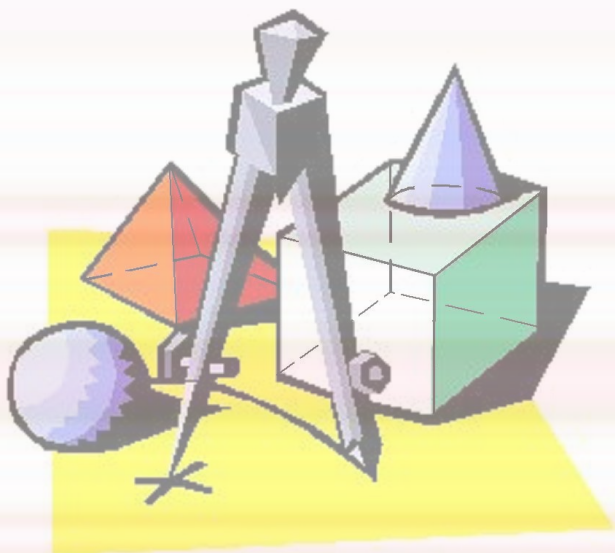


Методические материалы
по курсу «Начертательная геометрия»
для работы со студентами
Института авиатехники (поток №2)

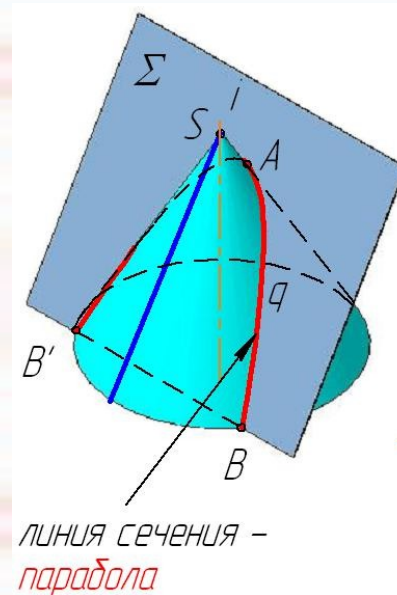
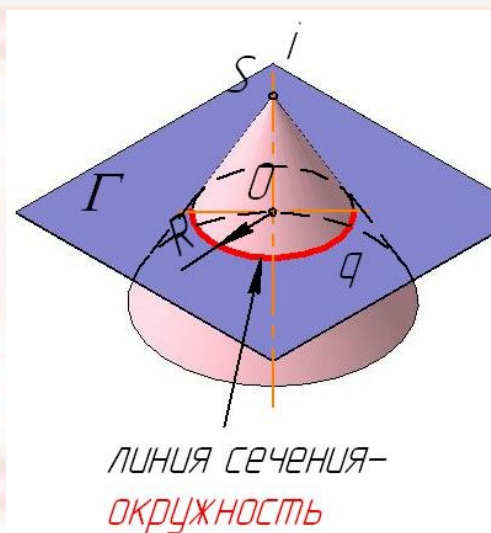
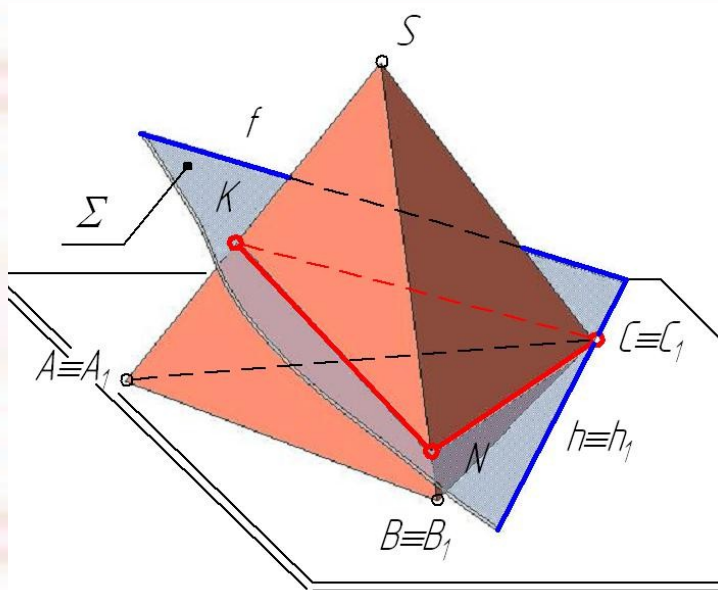
Лекция № 6,7. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ



Составитель Н.В. Савченко

Результатом пересечения какой-либо поверхности плоскостью является плоская фигура, называемая **сечением**.

Форма сечения зависит от того, с какой поверхностью пересекается плоскость и от того, как она наклонена относительно этой поверхности.



Построение линии пересечения поверхности с плоскостью начинают с нахождения особых (опорных) точек. Их в общем случае находят с помощью дополнительных секущих плоскостей. Выбор той или иной дополнительной плоскости также зависит от типа пересекаемой поверхности.

Пересечение многогранника плоскостью

Сечение многогранника – многоугольник.

В зависимости от того, сколько ребер и сторон основания пересекает плоскость, столько вершин имеет сечение многогранника.

Способы построения линии сечения многогранника

Способ ребер: Определение точек пересечения ребер и сторон основания многогранника с заданной плоскостью. В этом случае вспомогательные плоскости проводятся через ребра.

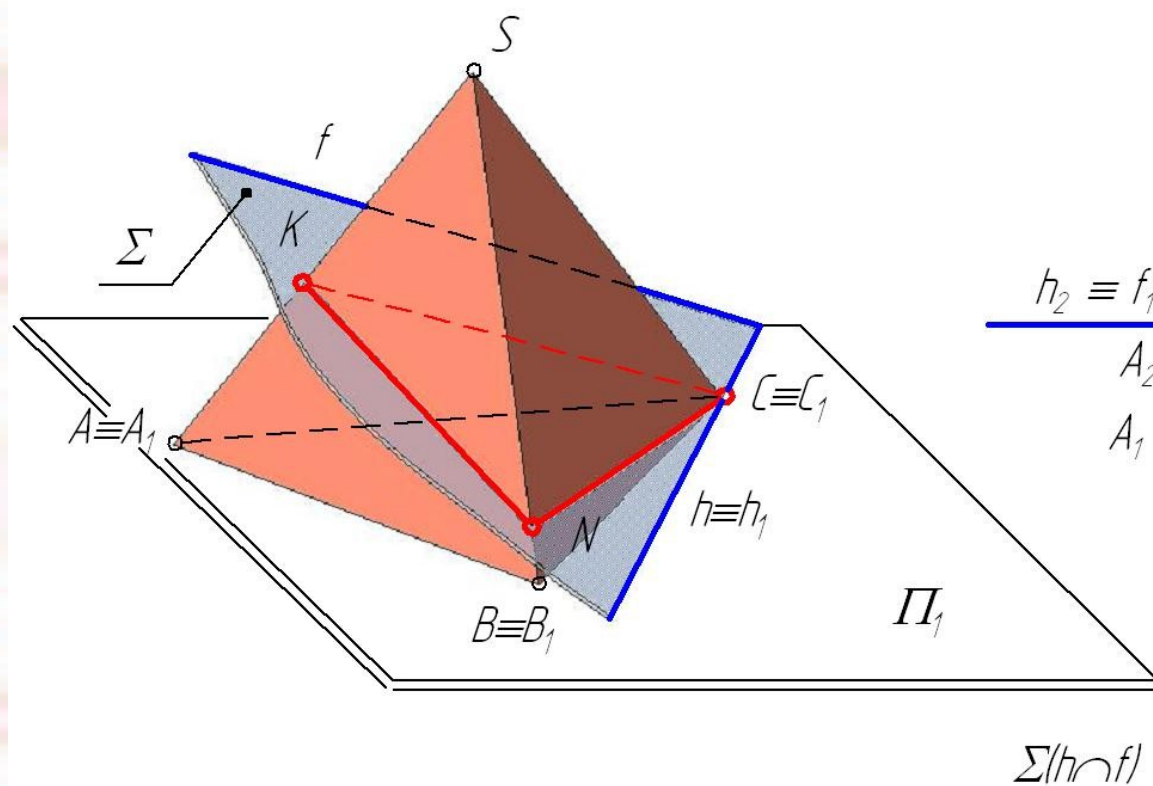
При этом задача сводится к задаче на нахождение точки пересечения прямой с плоскостью

Способом граней: Определение линии пересечения граней и основания многогранника с плоскостью.

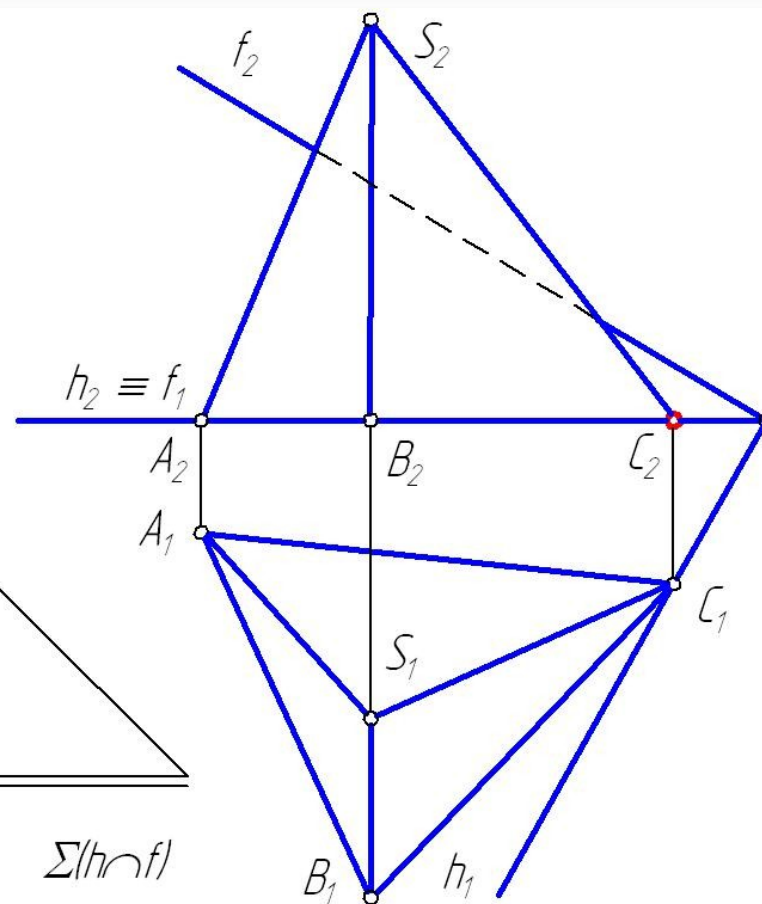
Задача сводится к задаче на нахождение линии пересечения плоскостей.

Общий случай.

Построение линии пересечения многогранника с плоскостью общего положения.

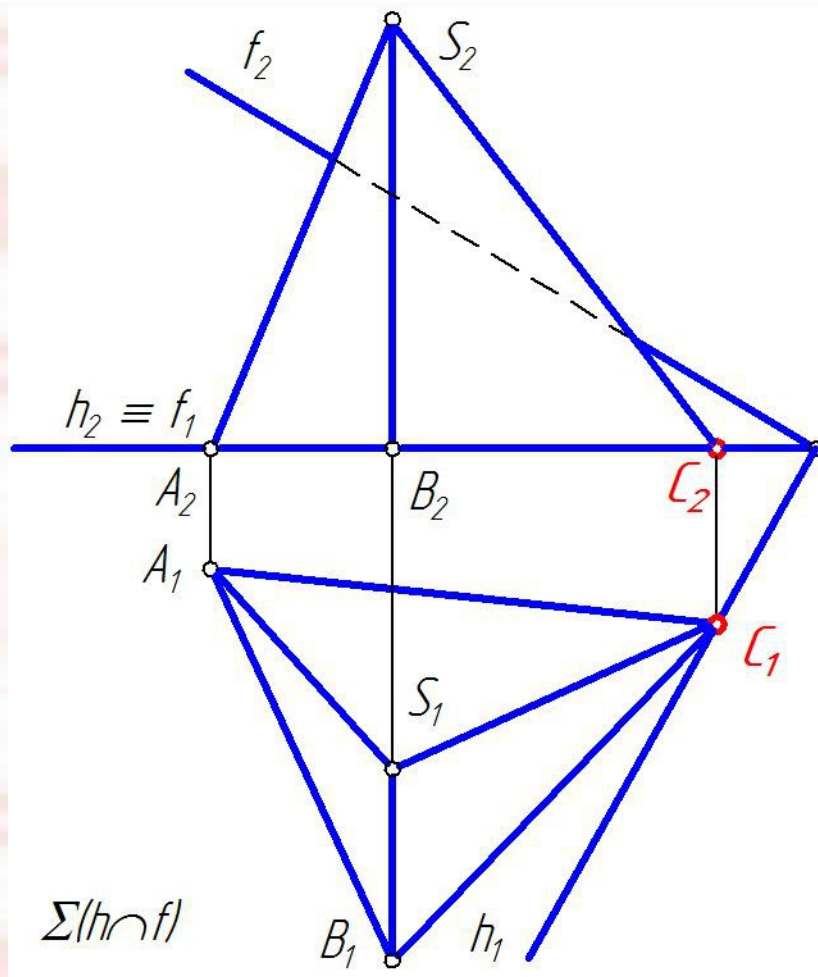


Графическое условие



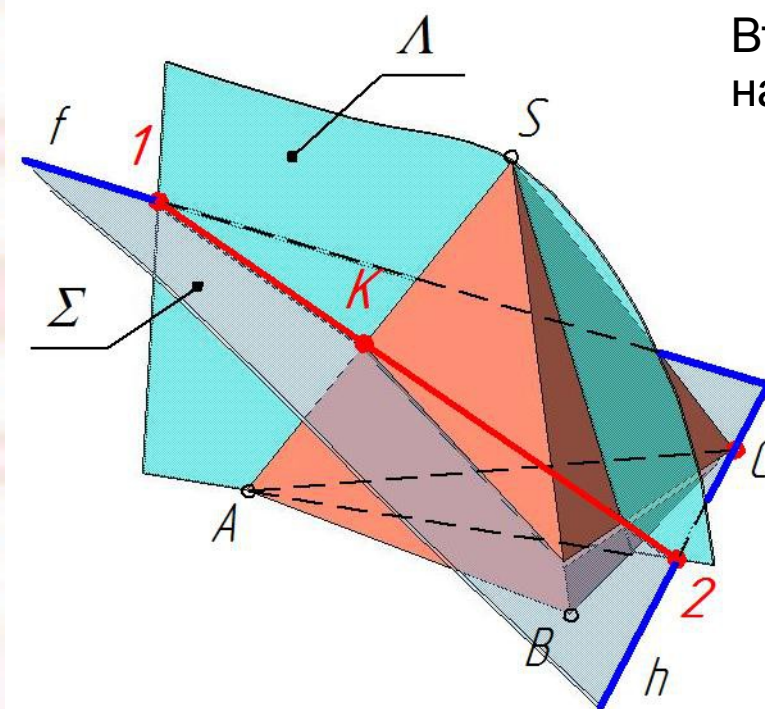
Задана пирамида с треугольным основанием ABC и вершиной S , которую пересекает плоскость общего положения. Плоскость пересекает только боковую поверхность пирамиды - **сечение треугольник**.

Последовательность нахождения линии пересечения



Пирамида стоит на горизонтальной плоскости проекций.
Горизонталь плоскости h также находится в этой плоскости проекций и проходит через одну из вершин основания - **точку C** .
Эта точка и является одной из трех точек сечения.

1. $C \in h$ по условию

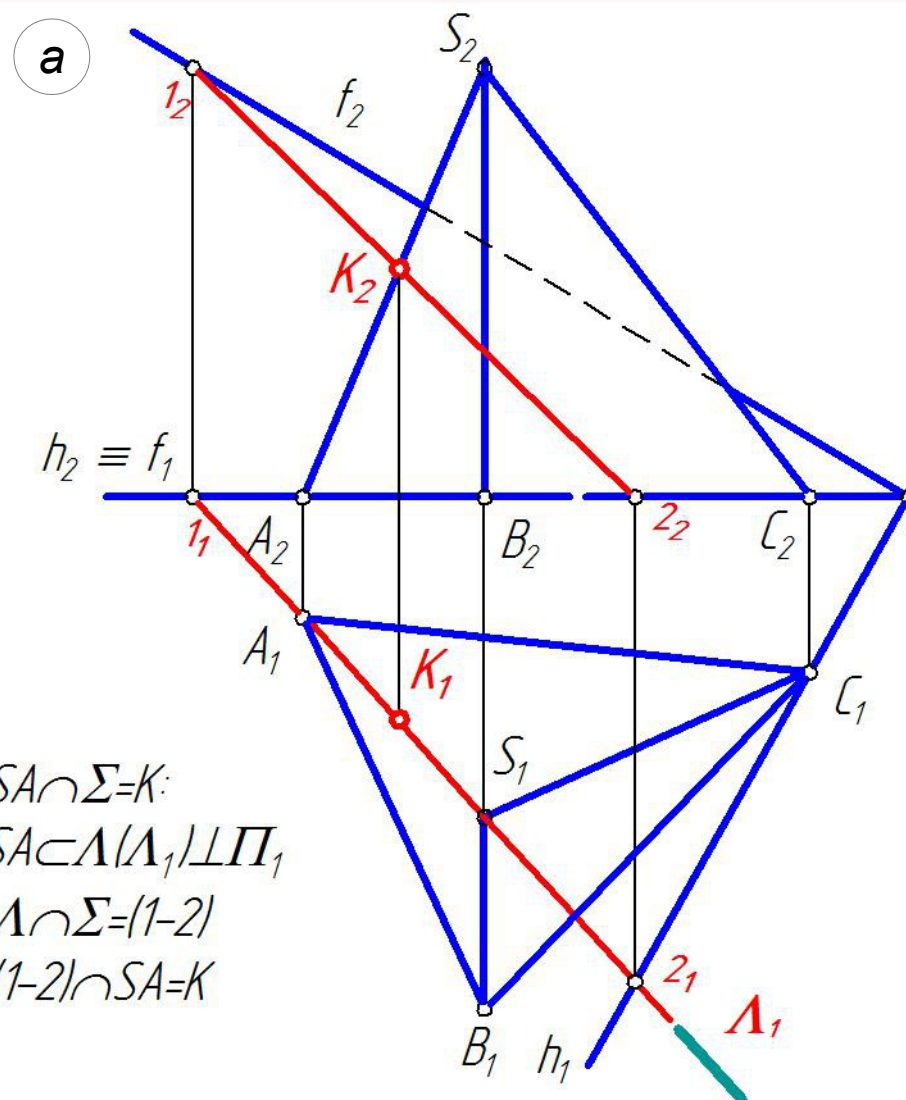


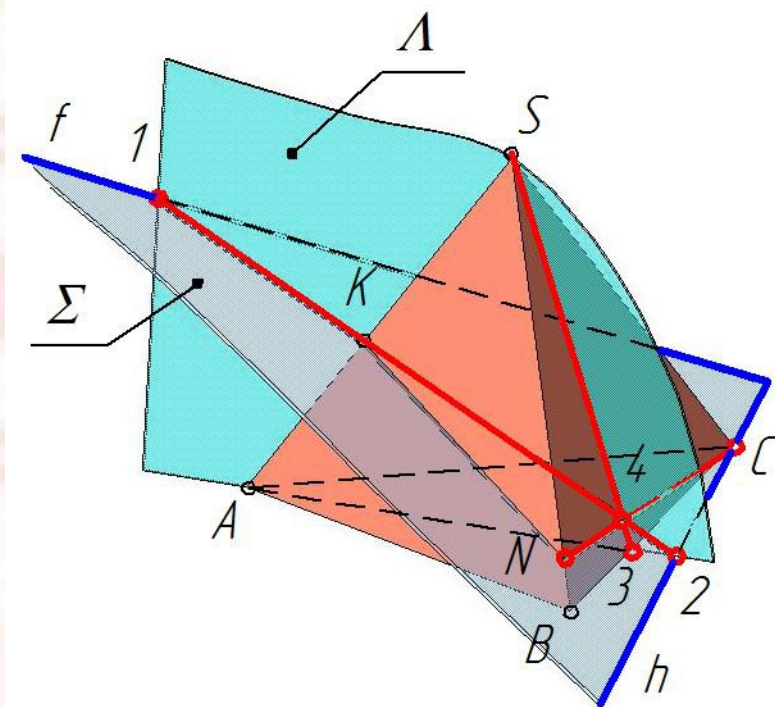
Вторая точка сечения (**точка K**) располагается на ребре SA и найдена «способом ребер».

Горизонтально-проецирующая плоскость Λ , проходящая через ребро SA, пересекает плоскость по линии (1-2).

Эта линия пересекает ребро SA в точке K.

2. $SA \cap \Sigma = K$:
- 1) $SA \subset \Lambda (\Lambda_1 \perp \Pi_1)$
- 2) $\Lambda \cap \Sigma = (1-2)$
- 3) $(1-2) \cap SA = K$

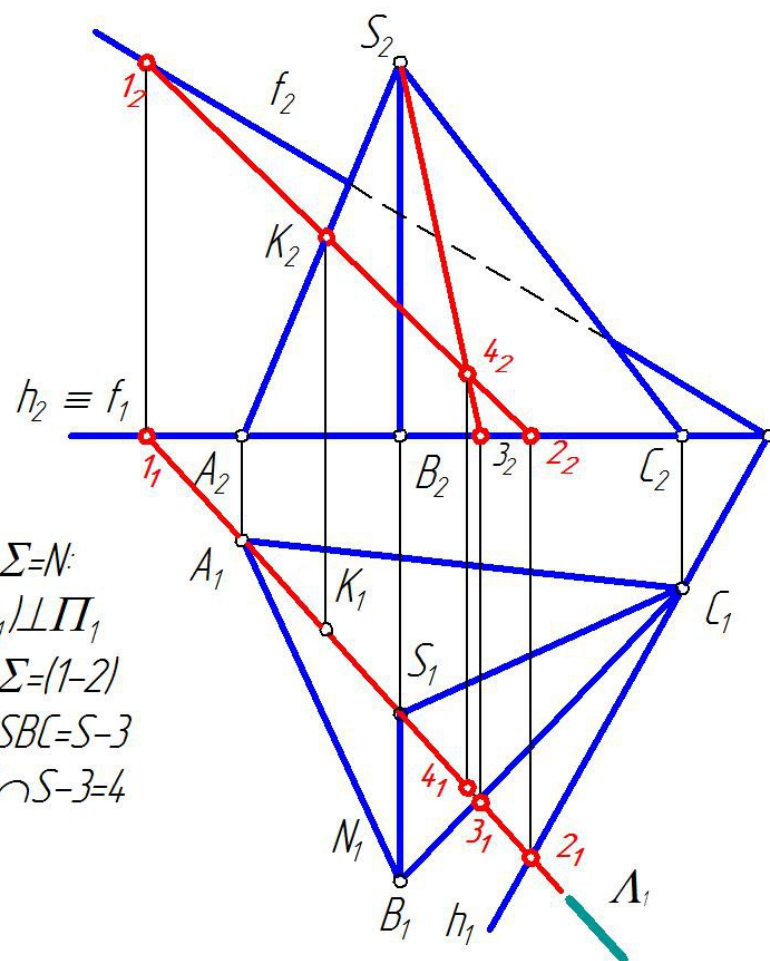




Третья точка сечения (**точка N**) располагается на ребре SB и найдена «способом граней».

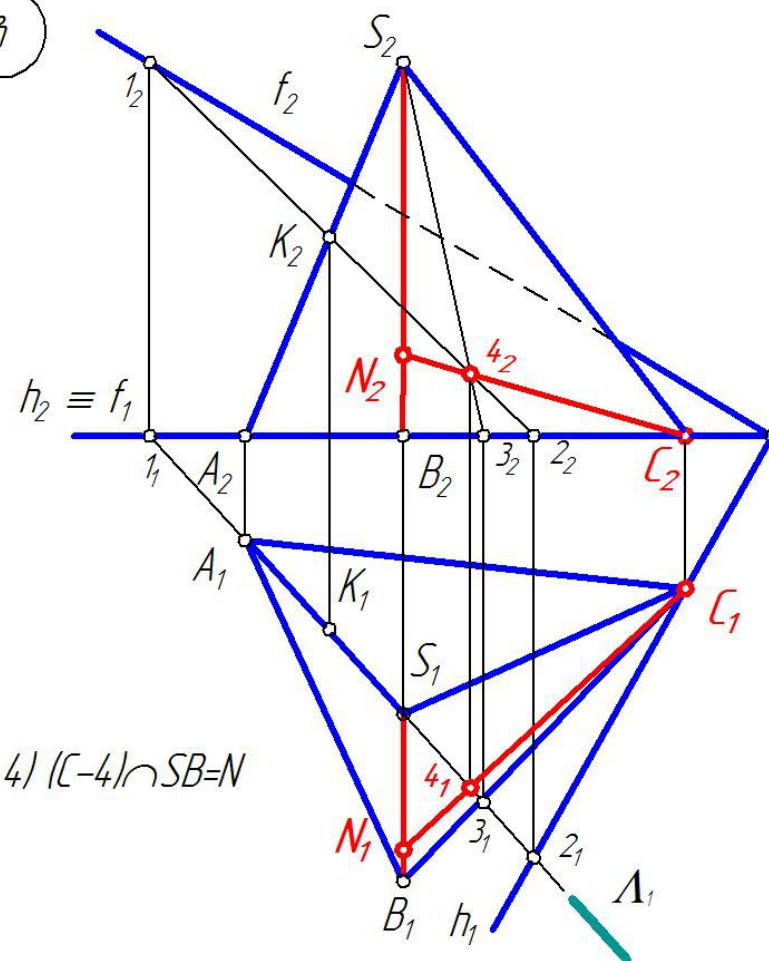
Плоскость Σ пересекается с гранью пирамиды SBC по прямой, проходящей через точку C .
 Вторая точка линии пересечения грани с плоскостью (точка 4) определяется с помощью плоскости Λ , пересекающей плоскость по линии (1-2), а грань по образующей SC (рис. б).
 Точка N находится на пересечении ребра SB с линией пересечения плоскостей (C-4) (рис..в).

δ

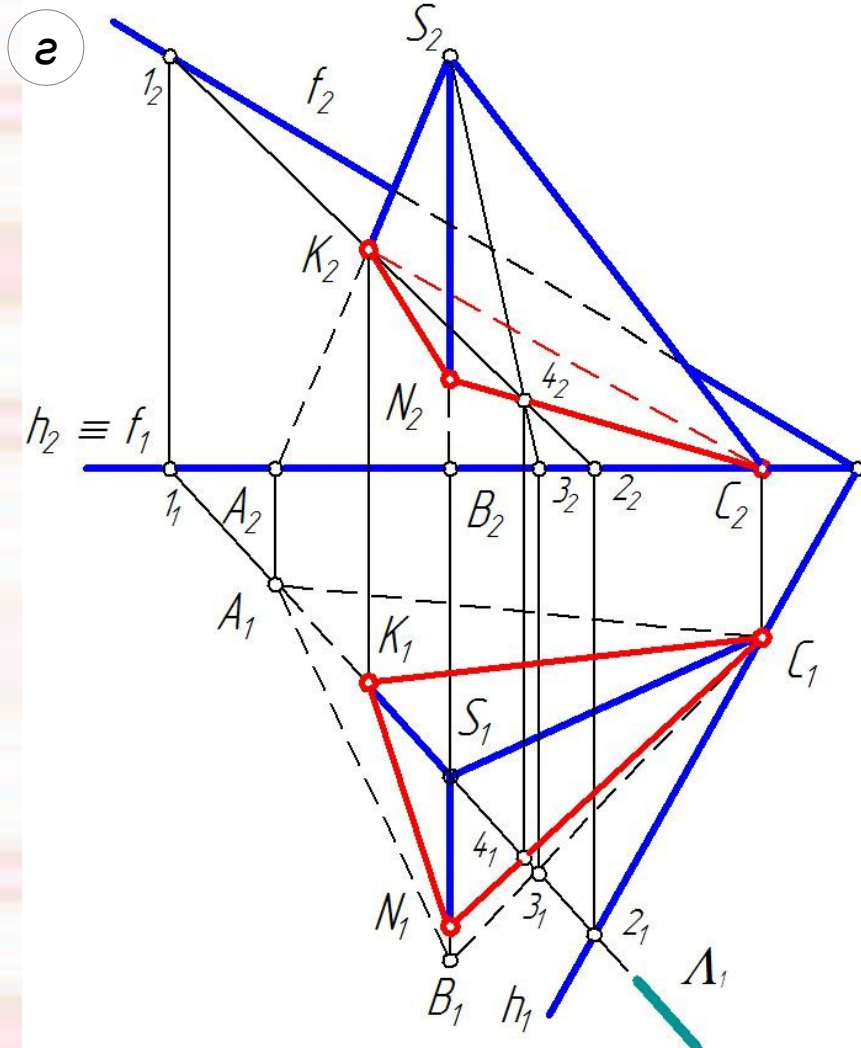


3. $SB \cap \Sigma = N$:
 1) $\Lambda(\Lambda_1) \perp \Pi_1$
 2) $\Lambda \cap \Sigma = (1-2)$
 $\Lambda \cap SBC = S-3$
 3) $(1-2) \cap S-3 = 4$

θ



- 4) $(C-4) \cap SB = N$



Для улучшения наглядности изображения показывается видимость геометрических объектов относительно друг друга:

- сечения относительно поверхности ;
- поверхности относительно заданной плоскости;
- геометрических элементов, которыми задана плоскость, относительно поверхности.

Видно то звено линии пересечения, которое лежит на видимой грани

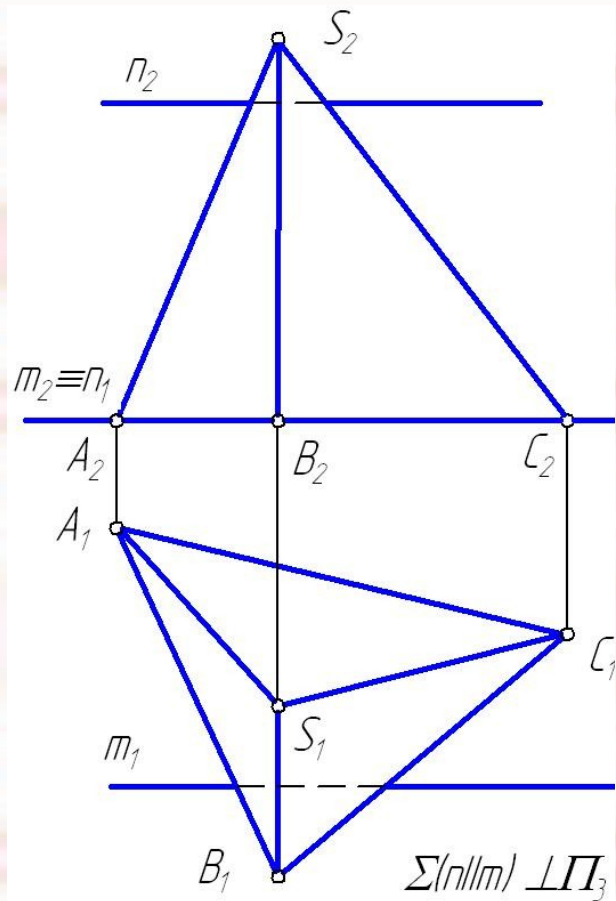
Частный случай: Построение линии пересечения многогранника с проецирующей плоскостью.

Задача на нахождение линии пересечения поверхности с проецирующей плоскостью решается без применения дополнительных секущих плоскостей.

Одна из проекций линии сечения определяется исходя из принадлежности проецирующей плоскости (она **проецируется на след проекций заданной плоскости**).

Другие проекции определяются по принадлежности линии сечения поверхности.

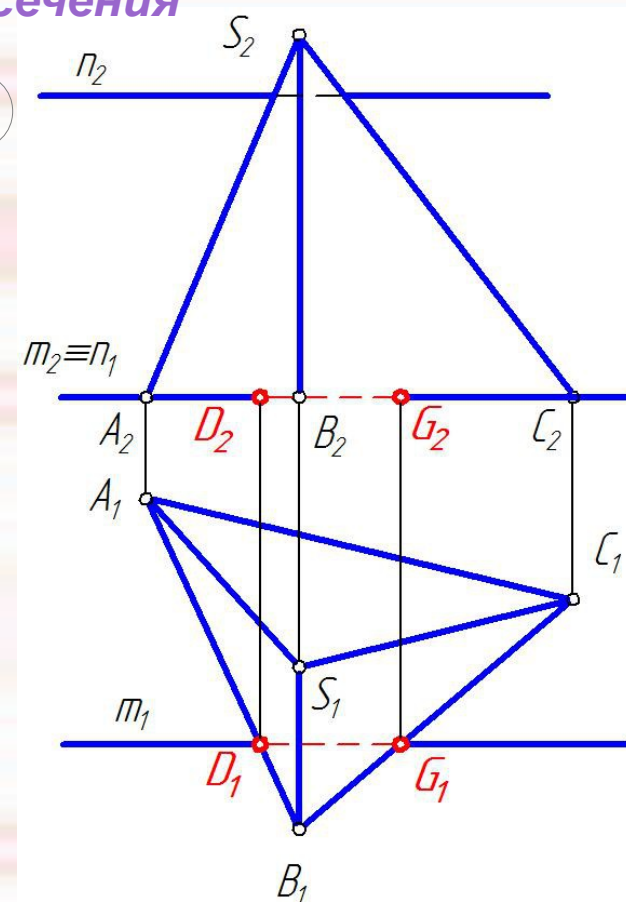
Графическое условие



Задана пирамида с треугольным основанием ABC и вершиной S . Ее пересекает профильно-проецирующая плоскость.

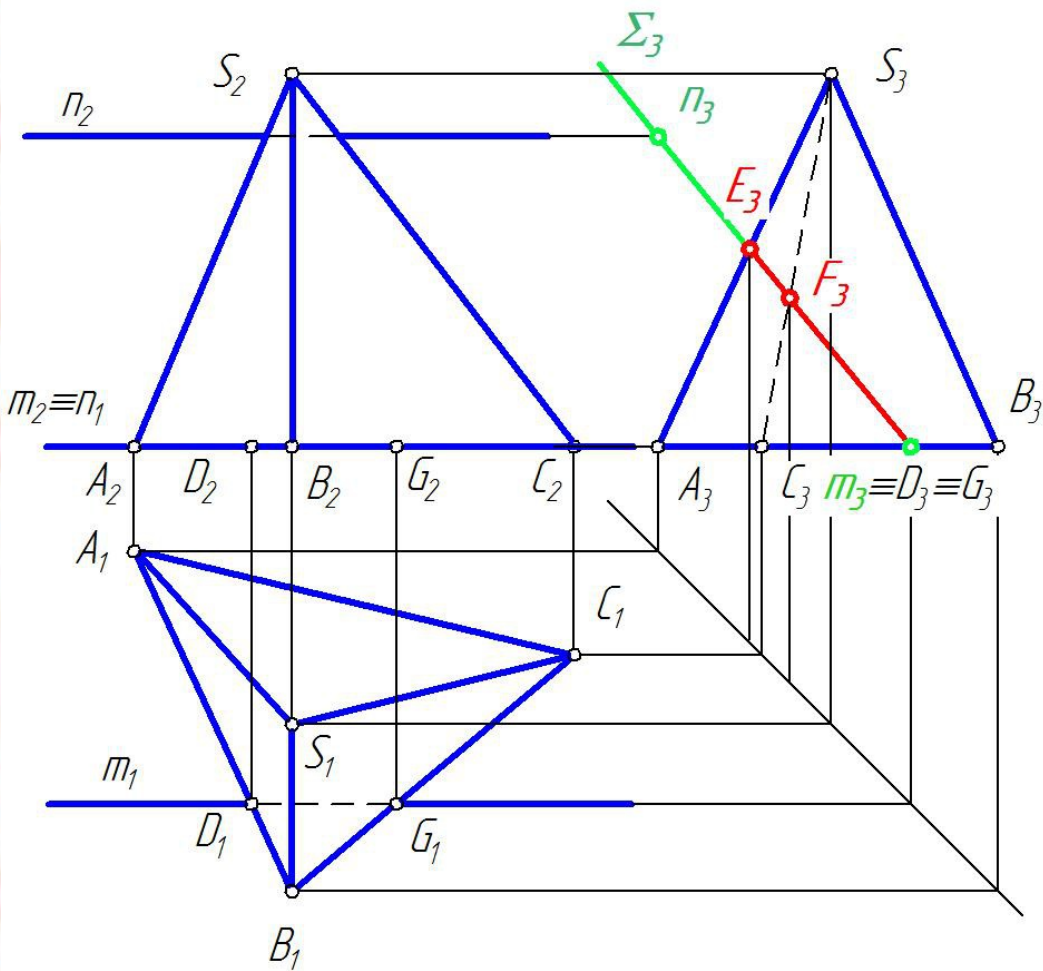
Последовательность нахождения линии пересечения

а



Плоскость пересекает не только боковую поверхность пирамиды, но и ее основание (прямая m лежит в плоскости основания пирамиды и пересекает его) - **сечение четырехугольник**.

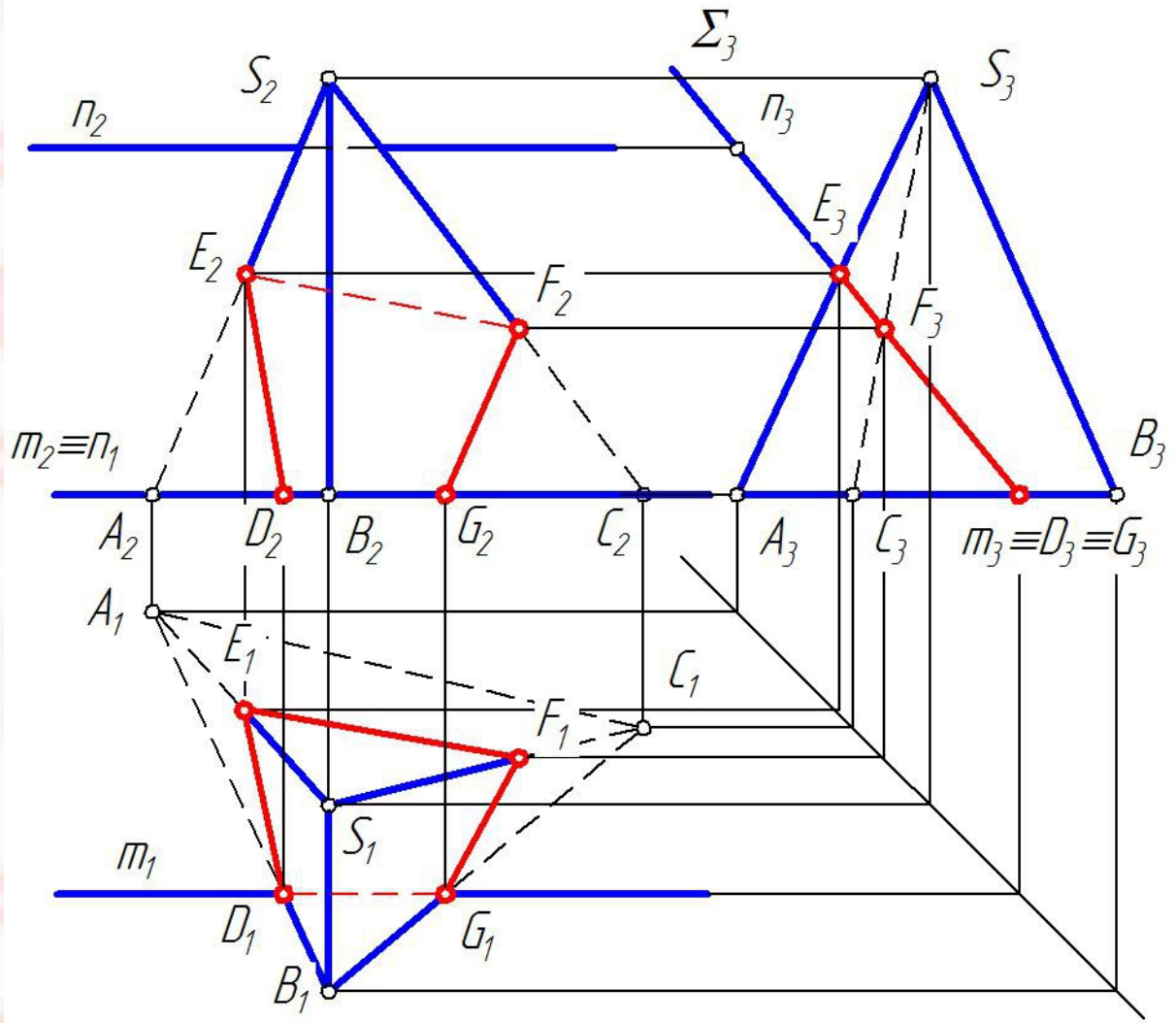
6



Профильный след
профильно-проецирующей
плоскости является следом
проекций.

Поэтому сначала строится
профильная проекция
линии пересечения

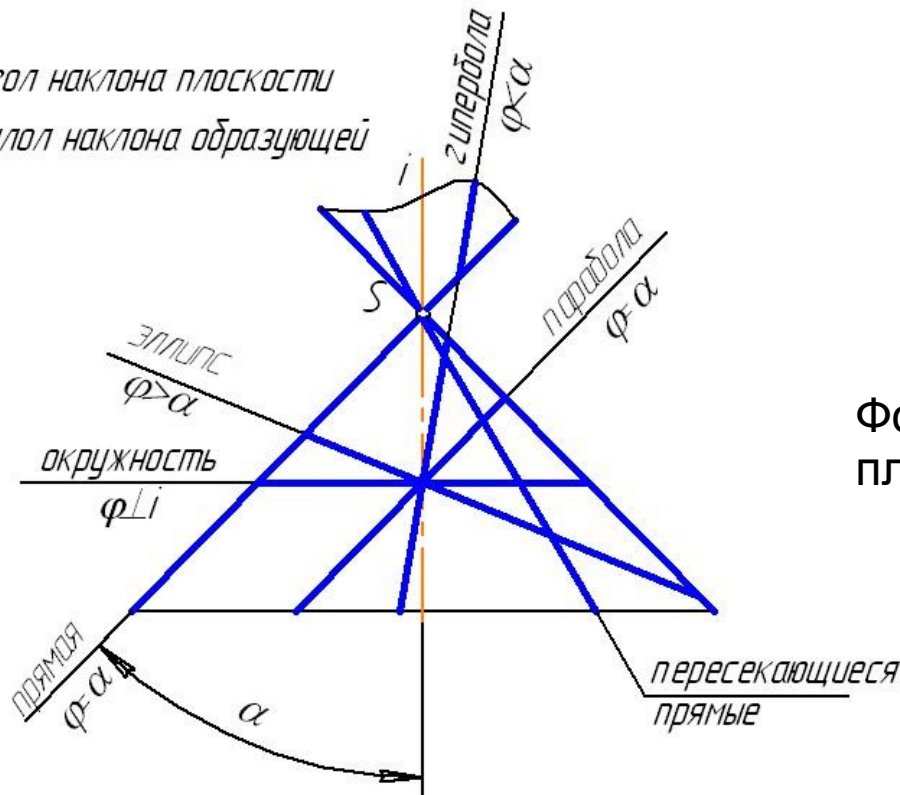
6



Горизонтальная и фронтальная проекции линии пересечения определяются по линиям связи.
Далее определяется видимость.

Пересечение поверхности вращения плоскостью

φ – угол наклона плоскости
 α – угол наклона образующей



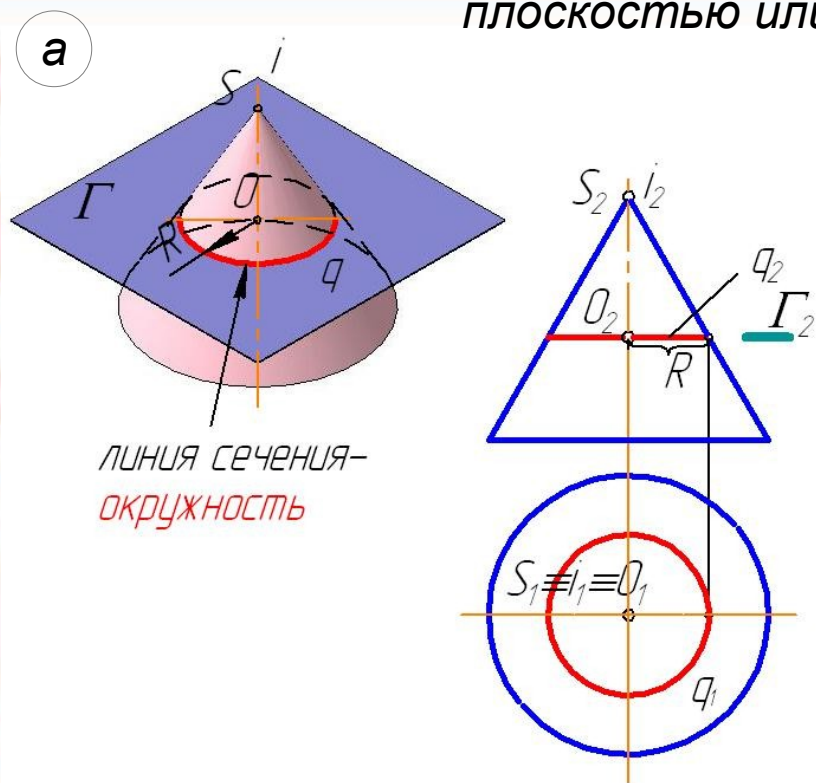
Сечение поверхности вращения плоскостью – **плоская кривая**.

Форма сечения зависит от угла наклона плоскости к оси вращения поверхности.

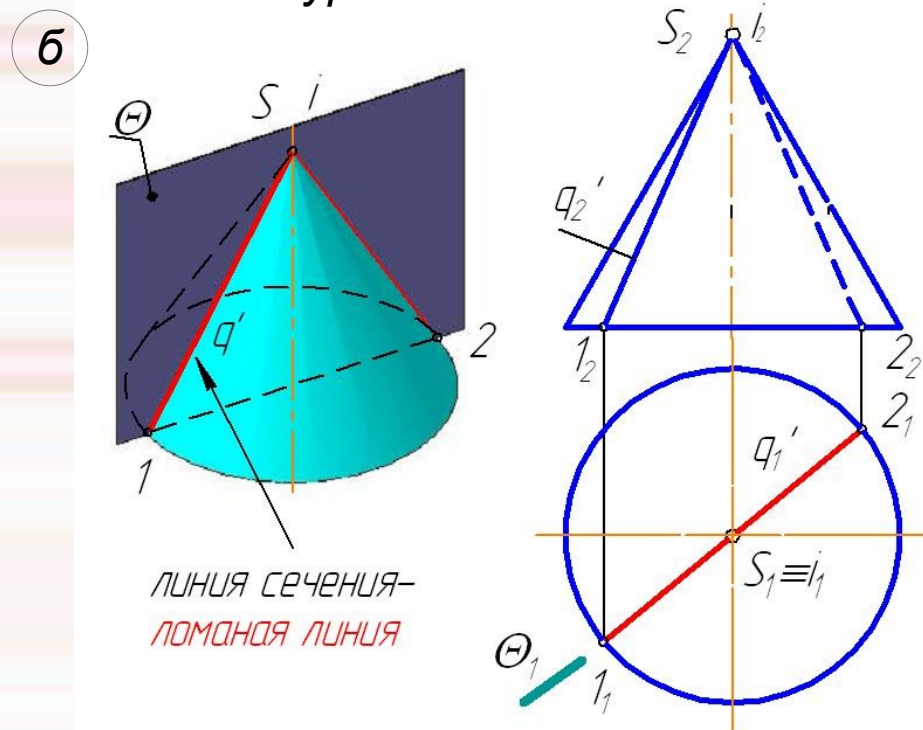
Если секущая плоскость:

- 1) перпендикулярна оси вращения, сечение – окружность;
- 2) наклонена к оси и пересекает все образующие – эллипс;
- 3) параллельна одной образующей – парабола;
- 4) параллельна двум образующим – гипербола;
- 5) проходит через вершину – две пересекающиеся прямые; касается поверхности – прямая.

Частные случаи. Построение линии пересечения с проецирующей плоскостью или плоскостью уровня.



$$\Gamma(\Gamma_2) \perp i \Rightarrow \Gamma(\Gamma_2) \cap \Phi_K = q(0, R)$$



$$S \in i \subset \Theta \Rightarrow \Theta \cap \Phi_K = 1S \cup S2 = q'$$

На рисунках а-г приведены примеры пересечения поверхностей вращения с плоскостями частного положения заданных следами.

Во всех случаях первоначально известна одна из проекций линии пересечения, она проецируется в линию на след проекций секущей плоскости.

Вторая, неизвестная проекция определяется исходя из принадлежности линии пресечения поверхности, т. е. задача сводится к нахождению недостающей проекции точки, принадлежащей поверхности (ее образующей, параллели или основанию).

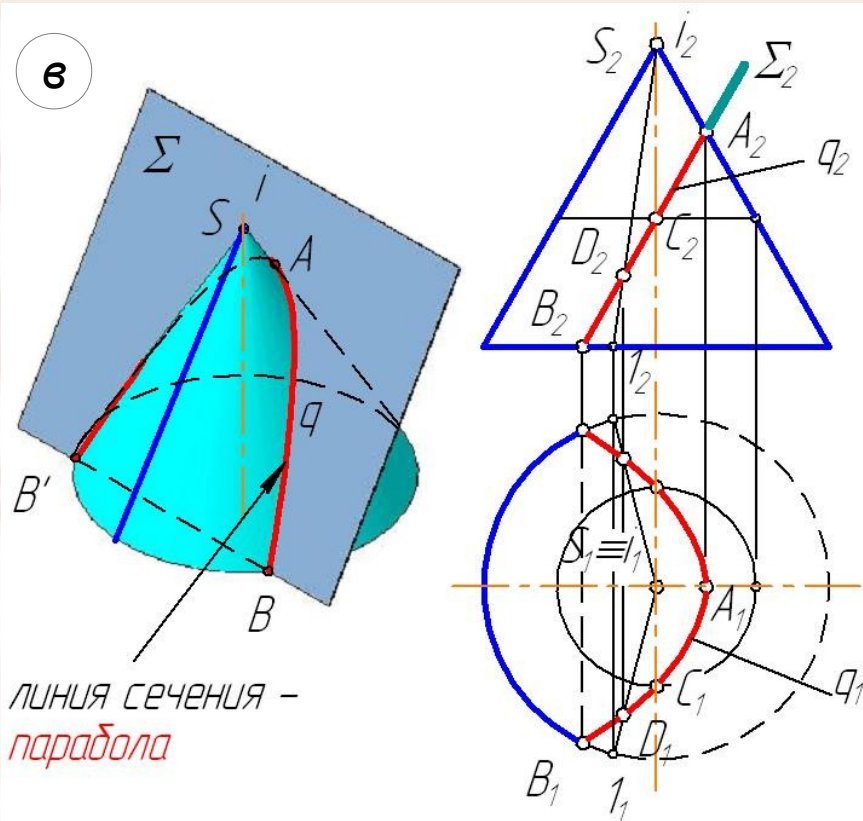


Рис.6 Точка A находится на фронтальной очерковой образующей, точки B и B' — на основании. Точка C расположена на профильной Очерковой образующей и находится с помощью параллели. Промежуточные точки D , D' с помощью образующей.

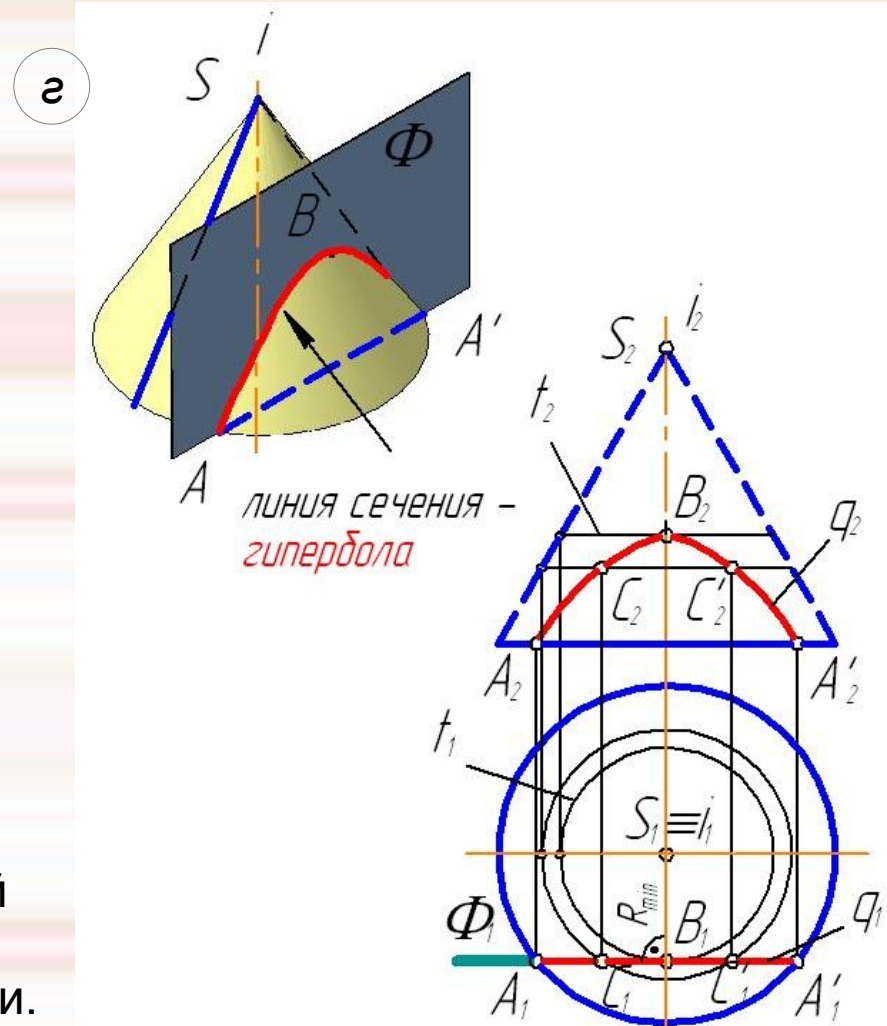
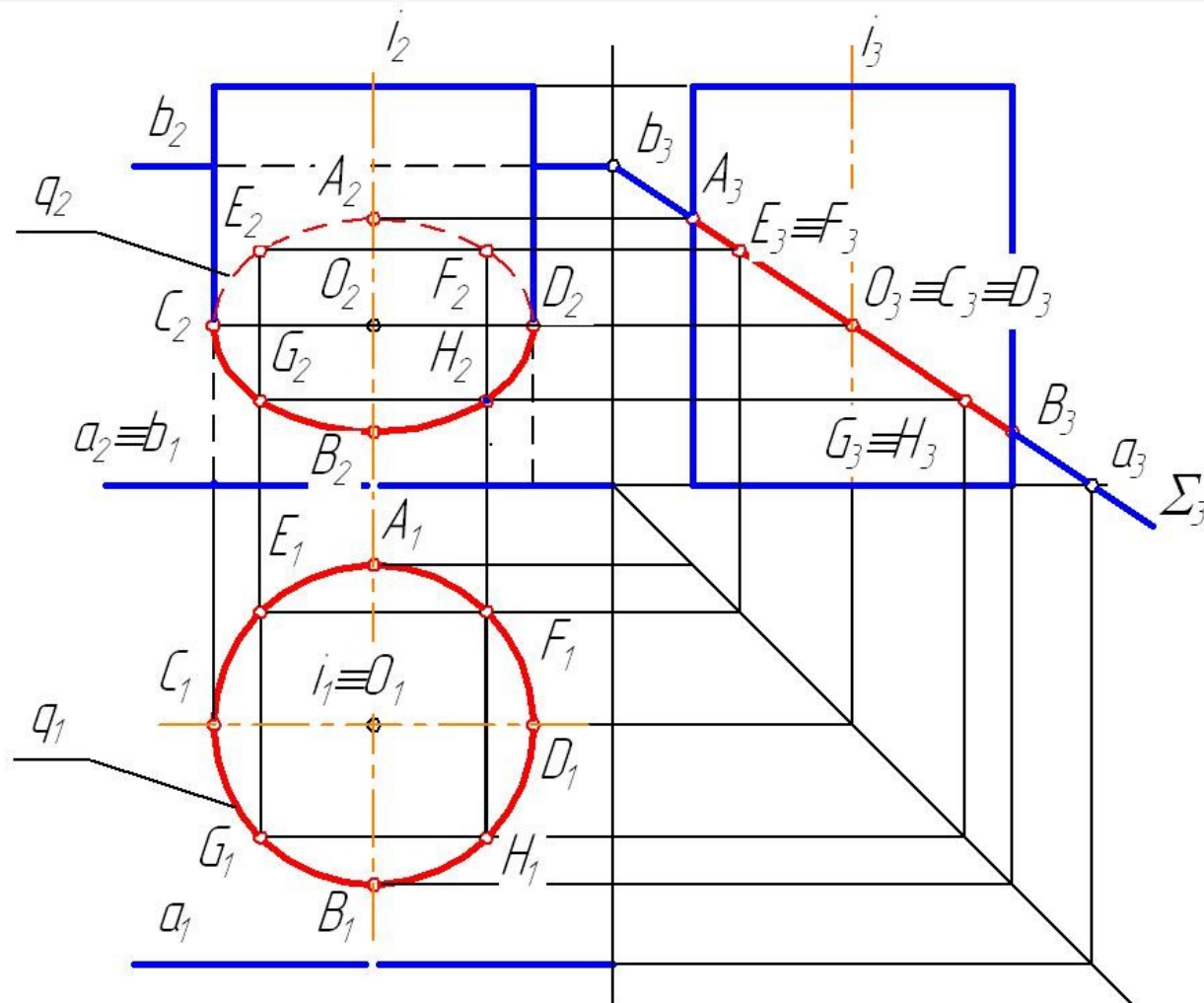
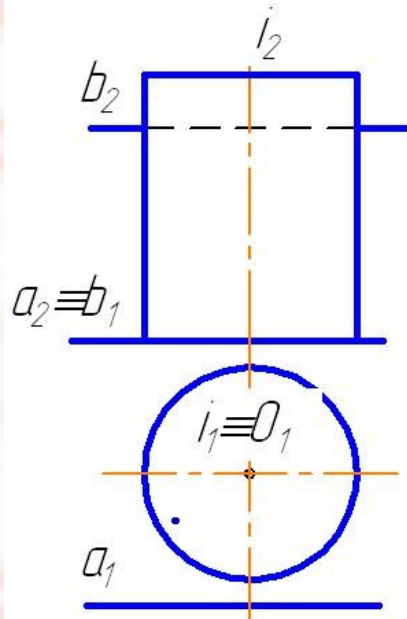


Рис.7 Точки A и A' находятся на основании. Точка B (высшая точка) — на параллели, касающейся плоскости. Промежуточные точки C и C' на параллели.

Φ – цилиндр
вращения
 $\Sigma(a \parallel b) \perp \Pi_3$
 $\Sigma \cap \Phi = q$



Изначально определена не только профильная проекций линии сечения, лежащая на следе проекций плоскости, но и горизонтальная проекция, совпадающая с горизонтальным очерком проецирующей поверхности по отношению к горизонтальной плоскости проекций. Нахождение фронтальных проекций точек сводится к задаче на нахождение проекций точек по двум заданным

Общий случай. Построение линии пересечения
с плоскостью общего положения.

Общие положения

- Необходимо определить характерные и промежуточные точки сечения.
- Для их определения используются дополнительные секущие плоскости.
- Дополнительные секущие плоскости должны давать при пересечении с поверхностью геометрически простую линию пересечения (окружность или ломаную линию).

Характерные точки сечения

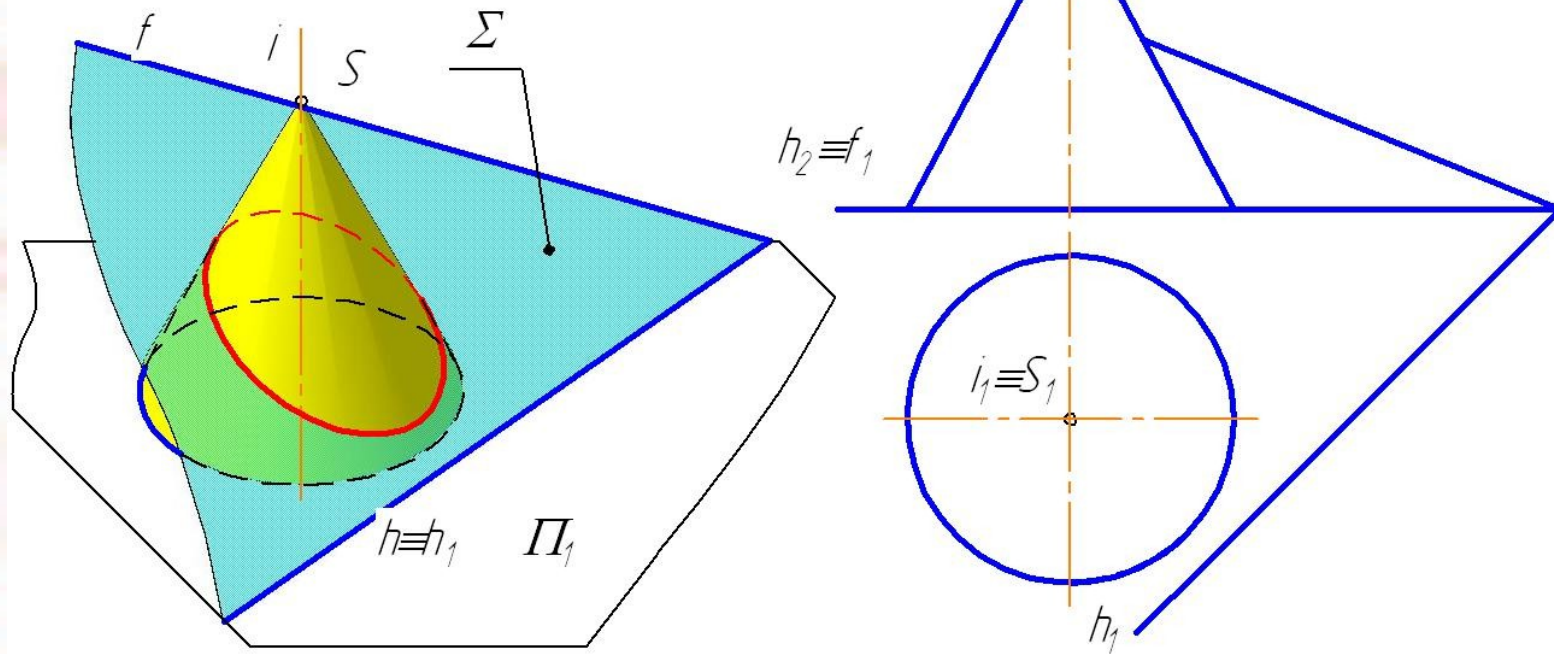
- 1) высшая и низшая точки;
- 2) крайняя левая и крайняя правая точки, в которых проекции линии сечения касаются очерковых образующих (точки, лежащие на границе видимости);
- 3) ближайшая и наиболее удаленная точки сечения.

Алгоритм построения точки

1. Вводится дополнительная плоскость
2. Определяются линии пересечения ее с заданной плоскостью и поверхностью.
3. Находится точка, лежащая на пересечении этих линий.

$$\begin{array}{l} 1. \Lambda \\ 2. \Lambda \cap \Sigma = t \\ \quad \Lambda \cap \Phi_{\text{пов}} = q \\ 3. t \cap q = A, B \end{array}$$

Графическое условие

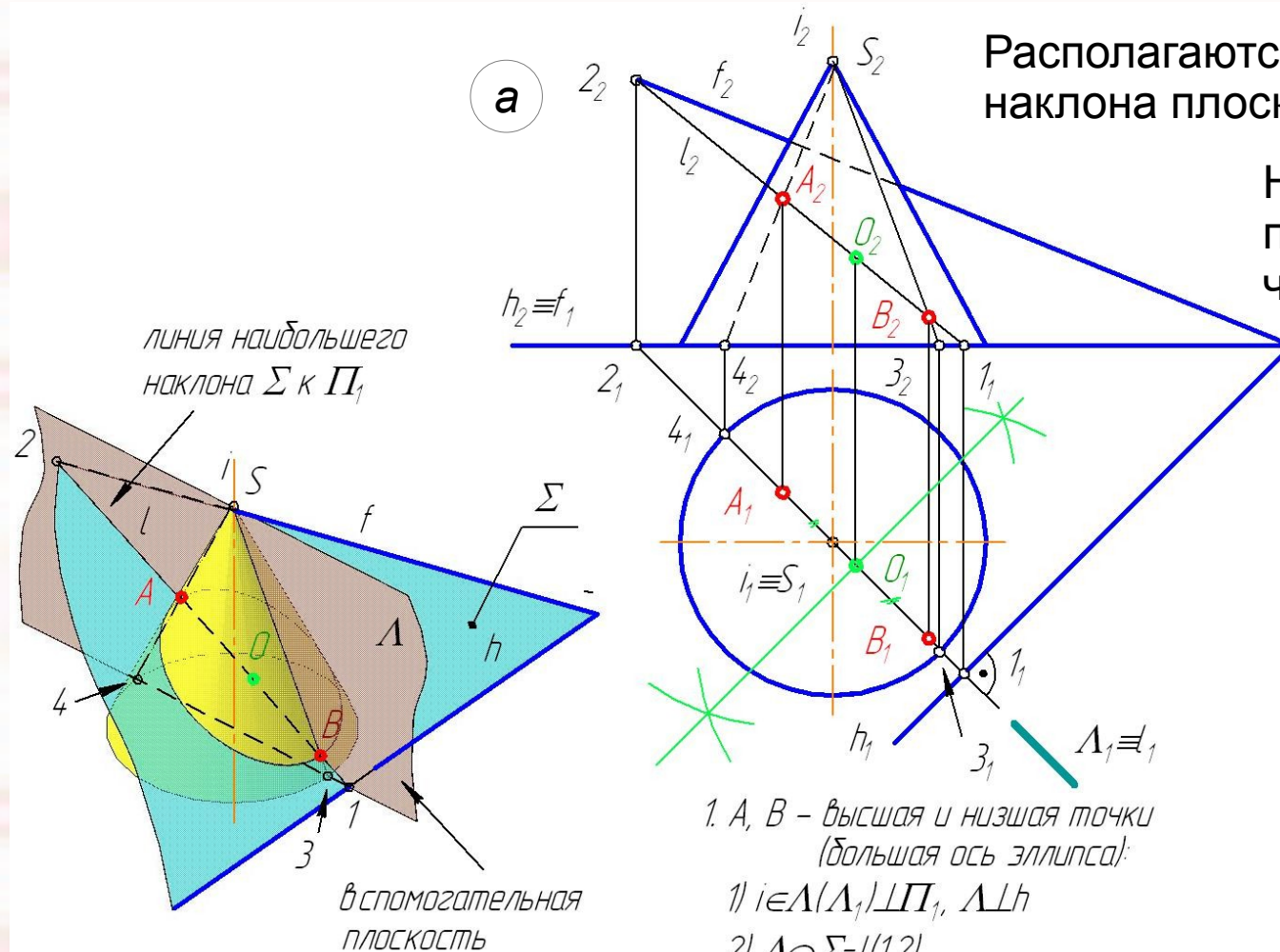


Плоскость общего положения пересекает все образующие поверхности, не задевая основания. Формой линии сечения является **эллипс**.

Характерные точки:

1. большая ось (высшая и низшая точки)
2. центр сечения
3. малая ось
4. Правая и левая точки (точки границы видимости)

Высшая и низшая точки сечения (большая ось)



Располагаются на линии наибольшего наклона плоскости к основанию.

Находятся с помощью плоскости, проходящей через ось вращения и

пересекающей плоскость по линии (1-2), а поверхность по образующим S_3, S_4

Центр сечения O
центр отрезка AB

1. A, B - высшая и низшая точки (большая ось эллипса):

1) $i \in \Lambda(\Lambda_1) \perp \Pi_1, \Lambda \perp h$

2) $\Lambda \cap \Sigma = l(1,2)$

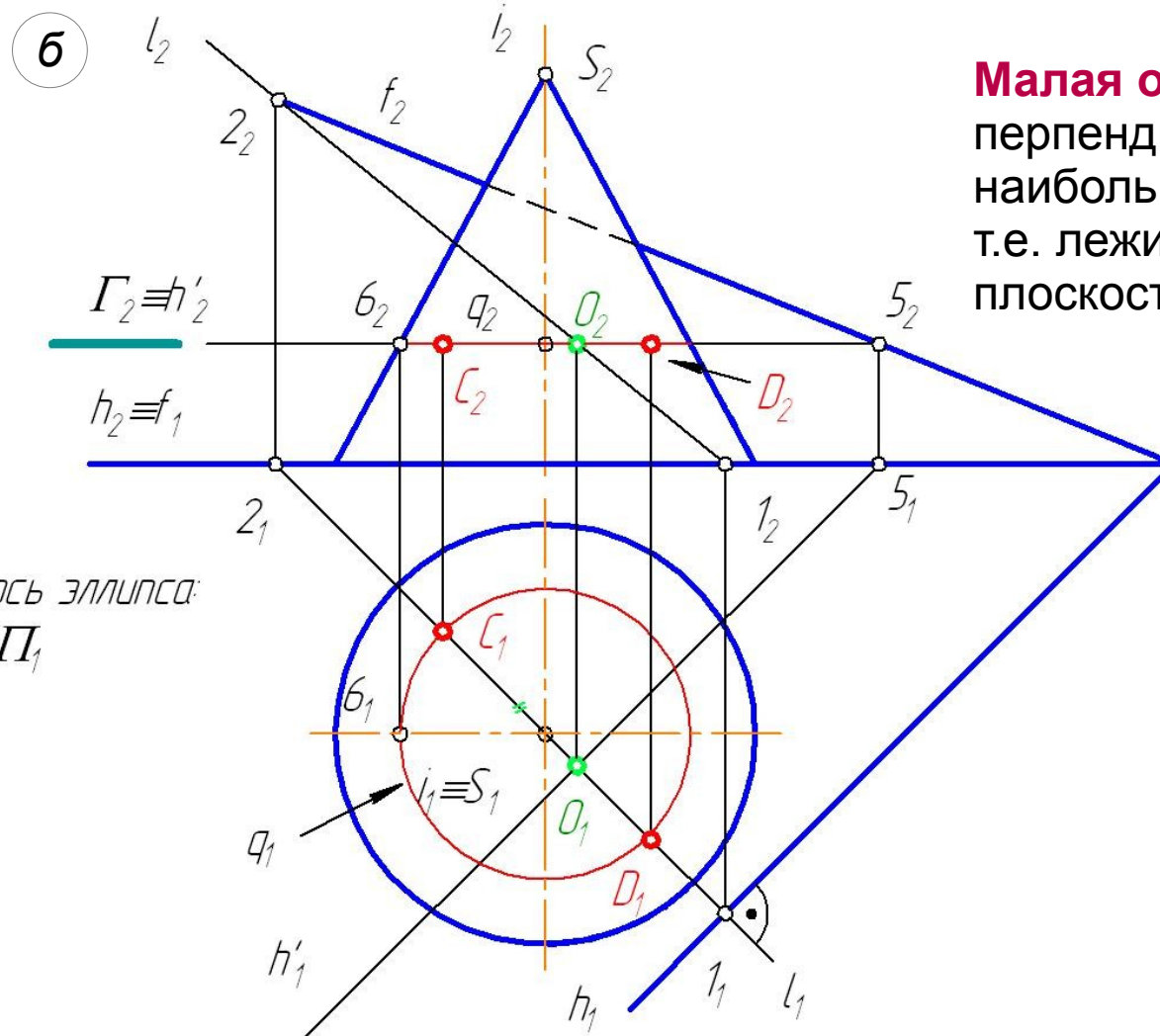
$\Lambda \cap \Phi_{\text{кон}} = \Delta S_3 S_4$

3) $l \cap \Delta S_3 S_4 = A, B$

2. O - центр сечения

$|AO| = |BO|$

Малая ось



Малая ось (точки C, D) перпендикулярна линии наибольшего наклона, т.е. лежит на горизонтали плоскости.

3. C, D – малая ось эллипса:

1) $O \in \Gamma(\Gamma_2) \parallel \Pi_1$

2) $\Gamma \cap \Sigma = h'$

$\Gamma \cap \Phi_{\text{кон}} = q$

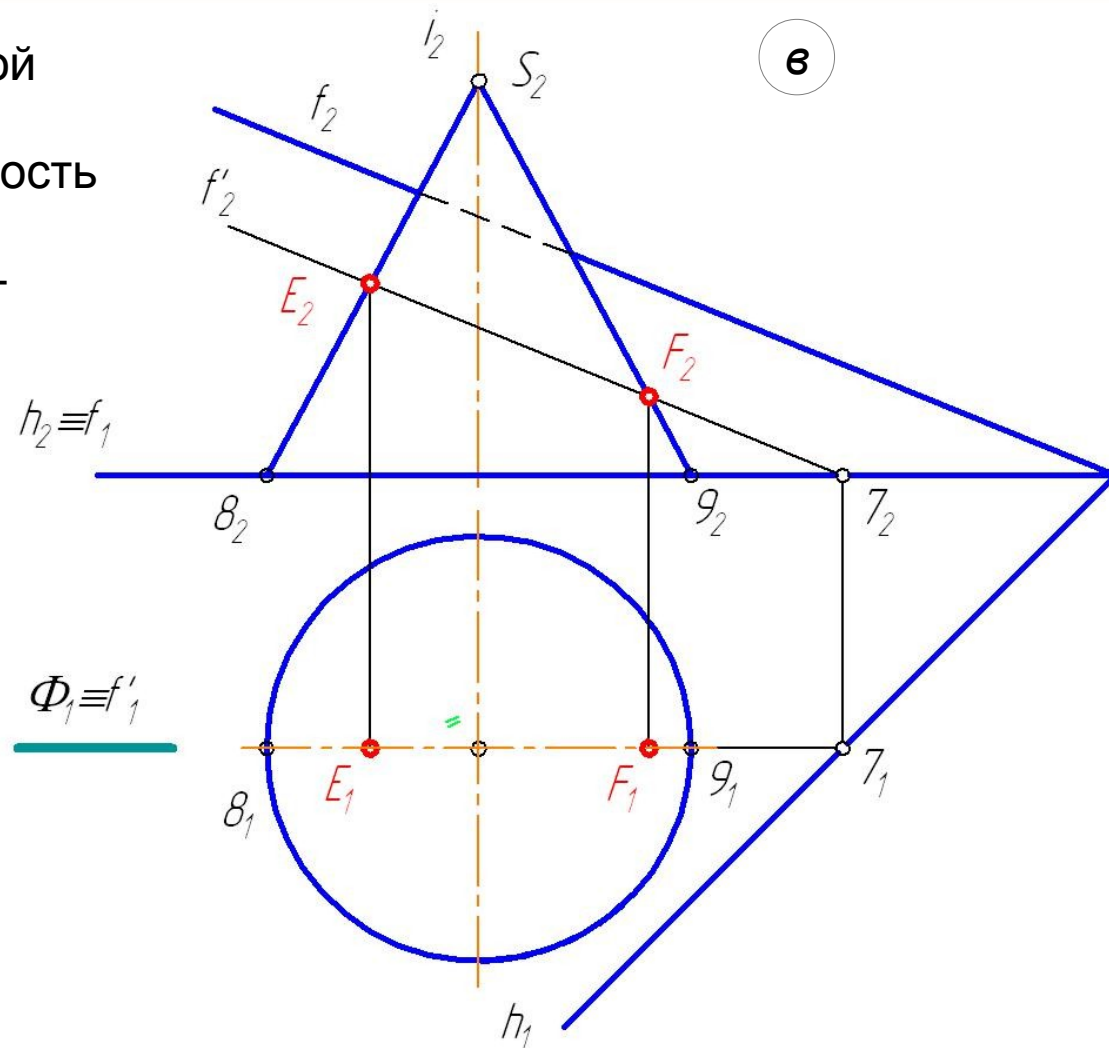
3) $h' \cap q = C, D$

Ее определяют с помощью горизонтальной плоскость уровня Γ , пересекающей заданную плоскость по этой горизонтали, а поверхность конуса по параллели.

Точки границы видимости

Точки E, F - точки границы видимости относительно фронтальной плоскости проекций лежат на фронтальных очерковых образующих конуса.

Они определяются с помощью фронтальной плоскости уровня, пересекающей поверхность по этим образующим, а заданную плоскость – по фронтали.



3. E, F - граница видимости:

1) $i \in \Phi(\Phi_1) \dots \Pi_2$

2) $\Phi \cap \Sigma = f'$

$\Phi \cap \Phi_{\text{кон}} = \Delta S S_9$

3) $f' \cap \Delta S S_9 = E, F$

2

